

dersdeo

öğrenmenin en kolay yolu o!

MAT I

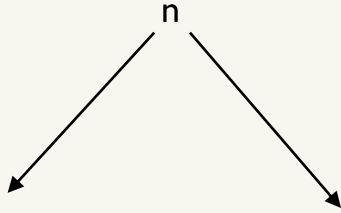
KÖKLÜ SAYILAR

$x, y \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ ve $n > 1$ olmak üzere n . kuvveti alındığında y 'yi veren x reel sayısına y 'nin n . dereceden kökü denir.

$$x^n = y \quad x = \sqrt[n]{y}$$

- Karesi “ a ” olan sayı →
- Küpü “ b ” olan sayı →
- 5 kuvveti “ c ” olan sayı →

NOT: $x = \sqrt[n]{y}$ için $x \in \mathbb{R}$ olması için,



$$x^2 = 9 \rightarrow$$

$$x = \sqrt[3]{125} \rightarrow$$

$$x^6 = -64 \rightarrow$$

ÖRNEK: $\sqrt[6]{5-x}$ ifadesi bir reel sayı ise x 'in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

ÖRNEK: $\sqrt[7]{x+4}$ ifadesini reel sayı yapan x değerinin çözüm kümesi nedir?

ÖRNEK: $2.\sqrt{3-a} + 2a - 4 + 3.\sqrt{a-3}$ sayısı reel sayı ise bu sayı kaçtır?

KÖKLÜ İFADEYİ ÜSLÜ YAZMA:

$$\sqrt[b]{x^a} =$$

$$\sqrt[3]{5} =$$

$$\sqrt{3} =$$

$$\sqrt[4]{2^8} =$$

$$\sqrt[3]{(-27)} =$$

KÖK DIŞINA ÇIKARMA:

$$\sqrt[a]{x^a} = \begin{cases} |x|, & a \text{ çift sayı ise,} \\ x, & a \text{ tek sayı ise,} \end{cases}$$

$$\sqrt[3]{-64} =$$

$$\sqrt[4]{(-3)^4} =$$

$$\sqrt[7]{(a-2)^7} =$$

$$\sqrt[2]{16} =$$

NOT: $x \in \mathbb{R}$ ve $x \in \mathbb{Z}^+$

$$x > 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt[2n]{x^{2n}} =$$

$$x < 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt[2n]{x^{2n}} =$$

NOT: $x > 0 \rightarrow \sqrt[a]{x^a y} =$

$$\sqrt{32} =$$

$$\sqrt{98} =$$

$$\sqrt[3]{40} =$$

KÖK İÇİNE ALMA :

$x > 0$ olmak üzere;

$$x \sqrt[a]{y} =$$

$$3\sqrt{2} =$$

$$10\sqrt{7} =$$

$$2\sqrt[4]{5} =$$

$$x \sqrt[5]{x^2} =$$

ÖRNEK: $\sqrt{2x - 3y} + \sqrt{y - 2} = 0$ ise $x + y$ değeri kaçtır ?

KÖK DERECESİNİ GENİŞLETME / SADELEŞTİRME

$x \in \mathbb{R}$ ve $a, b, k \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;

$$\sqrt[a]{x^b} = \sqrt[a.k]{x^{b.k}}$$

$$\sqrt[3]{2} =$$

$$\sqrt[12]{27} =$$

$$\sqrt[16]{16} =$$

$$\sqrt[8]{64} =$$

KÖKLÜ SAYILARDA İŞLEMLER:

A) Toplama – Çıkarma:

$$a.\sqrt[n]{x} - b.\sqrt[n]{x} + c.\sqrt[n]{x} =$$

$$5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + 5\sqrt{3} =$$

ÖRNEK: $\sqrt{48} - \sqrt{75} + 2\sqrt{27} = ?$

NOT: $\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq \sqrt{x+y}$

B) Çarpma – Bölme:

a) Kökün Dereceleri Aynı ise;

$$\sqrt[a]{x} \cdot \sqrt[a]{y} =$$

$$\frac{\sqrt[a]{x}}{\sqrt[a]{y}} =$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} =$$

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} =$$

ÖRNEK: $\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{24}} =$

ÖRNEK: $\sqrt{1+\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{3}} \cdots \sqrt{1+\frac{1}{63}} = ?$

b) Kökün Dereceleri Aynı Değilse ;

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{5}} =$$

İÇ İÇE KÖKLÜ İFADELER

$$\star \sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{x}}} = \sqrt[a.b.c]{x}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{5}}} =$$

$$\sqrt{\sqrt{3}} =$$

$$\star \sqrt[a]{\sqrt[b]{x} \sqrt[c]{y} \sqrt[z]{z}} =$$

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$$

$$\sqrt[3]{a\sqrt[a]{a}\sqrt[a^2]{a^2}} =$$

$$\star \sqrt[a]{x \sqrt[a]{x \dots}} = \sqrt[a-1]{x}$$

$$\sqrt[5]{8! \sqrt[5]{8! \dots}} =$$

$$\star \sqrt[a]{x : \sqrt[a]{x : \dots}} = \sqrt[a+1]{x}$$

$$\sqrt{8 : \sqrt{8 : \dots}} =$$

$$\star \sqrt{x \cdot (x+1) + \sqrt{x \cdot (x+1) + \dots}} = x + 1$$

$$\star \sqrt{x \cdot (x+1) - \sqrt{x \cdot (x+1) - \dots}} = x$$

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots}} = ?$$

$$\sqrt{56 - \sqrt{56 - \dots}} = ?$$

NOT: $\sqrt{(x+y) \pm 2\sqrt{x \cdot y}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y} \quad (x > y)$

$$\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} =$$

$$\sqrt{9 + 2\sqrt{20}} =$$

$$\sqrt{5 + \sqrt{24}} =$$

$$\sqrt{8 - 4\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{12 - 8\sqrt{2}} =$$

Köklü Paydanın Rasyonel Yapılması:

a) Paydada $\sqrt{x}$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} =$$

$$\frac{15}{\sqrt{13}} =$$

b) Paydada $\sqrt[a]{x^b}$

$$\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{3^2}}$$

c) Paydada $\sqrt{x} \pm \sqrt{y}$

$$\frac{1}{\sqrt{2} + 1} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} =$$

d) Paydada $\sqrt[3]{x} \pm \sqrt[3]{y}$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{6}} =$$

SIRALAMA:

ÖRNEK: $a = \sqrt{3}$
 $b = \sqrt[3]{5}$
 $c = \sqrt[12]{60}$

} sıralayınız.

ÖRNEK:

$$a = \sqrt[100]{4^{10}}$$

$$b = \sqrt[75]{5^{15}}$$

$$c = \sqrt[165]{27^{11}}$$

} sıralayınız.

ÖRNEK: $\sqrt[4]{2001.1995-1993.2003} = ?$