

dersdeo

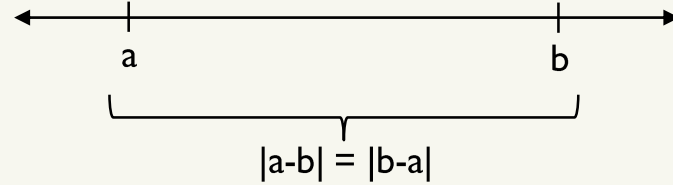
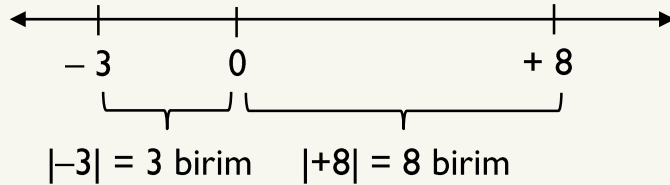
öğrenmenin en kolay yolu o!

MAT I

MUTLAK DEĞER

Geometrik olarak, bir sayının reel sayı ekseninde, başlangıç (oriijin) noktasına olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir. Bir x reel sayısının başlangıç noktasına olan uzaklığı yani mutlak değeri ; “ $|x|$ ” şeklinde gösterilir.

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$



$$|19| =$$

$$|x^2 + 3| =$$

$$|0| = 0$$

$$|-\sqrt{3}| =$$

$$|-8| =$$

$$|1 - \sqrt{2}| =$$

$$|\sqrt{5} - 1| =$$

$$|e - 4| =$$

$$|\pi - 1| =$$

$$|-3 - x^2| =$$

Mutlak Değerin Özellikleri

1) $\forall x \in \mathbb{R}$ için $|x| \geq 0$ 'dır.

$$|2| = 2, |1| = 1, |0| = 0, \dots$$

$$2) |x| = |-x|, |x - a| = |a - x|$$

$$|-6| =$$

$$|9| =$$

$$|a - b| =$$

$$|4 - 7| =$$

$$3) |x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

$$|5 \cdot 2| =$$

$$|(-2) \cdot (+4)| =$$

$$|2 \cdot x| =$$

$$|4 - x^2| =$$

$$4) n \in \mathbb{Z} \text{ olmak üzere,}$$

$$|x^n| = |x|^n$$

$$|(-5)^3| =$$

$$|(-4)^2| =$$

$$|x^5| =$$

$$5) \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, (y \neq 0)$$

$$\left| \frac{2}{3} \right| =$$

$$6) |x| = a \text{ ise } x = a \text{ veya } x = -a, (a \neq 0)$$

$$|x| = 2 \text{ ise}$$

$$|x - 3| = 1 \text{ ise}$$

UYARI: Bir reel sayının mutlak değeri her zaman pozitiftir. Eğer aksi belirtilmemişse, yani bir sayının mutlak değeri sıfırdan küçük ($|x| < 0$) ise, o sayı reel sayılar kümesinin elemanı değildir.

$$7) |x| = |y| \text{ ise } x = y \text{ veya } x = -y \text{ olur. Bir başka çözümü ise; } |x| = |y| \text{ ise } x^2 = y^2$$

$$|x + 2| = |2x - 5| \text{ ise } x\text{'in alabileceği değerleri bulalım.}$$

ÖRNEK

$|x + 2| = |x - 3|$ ise x kaçtır?

$$8) |a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|5| - |-2| \leq |5 - 2| \leq |5| + |-2|$$

$$9) \sqrt[n]{x^{2n}} = |x|, (n \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\sqrt{(-3)^2} =$$

$$\sqrt[4]{(2)^4} =$$

Mutlak Değerli Eşitsizlikler

1) $|x| \leq a$ ise $-a \leq x \leq a$, ($a > 0$)

$|x| < 3$ ise

$|x - 2| \leq 1$ ise

2) $|x| \geq a$ ise $x \geq a$ veya $x \leq -a$

$|x| \geq 2$ ise

$|x - 1| \geq 3$ ise

3) $a \leq |x| \leq b$ ise

$a \leq x \leq b$ veya $a \leq -x \leq b$

$-b \leq x \leq -a$ olur.

$-2 < |x| \leq 3$ ise

$-1 < |x - 2| < 2$ ise

4) $|x| > |y|$ ise $x^2 > y^2$ olur.

ÖRNEK

$|2x - 3| > |2x + 2|$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

UYARI

$|x|$ ' in en küçük değeri sıfırdır.

$|x| \geq 0$ olacağından,

x en az sıfır olabilir.

$|x - 2|$ ifadesini en küçük yapan x değeri için, $|x - 3| + |5 + x|$ ifadesinin değeri kaçtır?

UYARI

Bir sayının mutlak değeri en az sıfır olacağından, iki veya daha fazla mutlak değer ifadesinin toplamı sıfır ise mutlak değer içerisindeki ifadelerin değeri sıfırdır.

$$|x| + |y| + |z| = 0 \longrightarrow x = 0, y = 0, z = 0$$

ÖRNEK

$|x - 5| + |y + 2| + |z - 4| = 0$ denklemine göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

ÖRNEK

$|x - 1| + |1 - x| = 6$ denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

ÖRNEK

$|x - 3| \cdot |x + 3| = 5$ eşitliğini sağlayan kaç tane x değeri vardır?

ÖRNEK

$|x - 7| = 7 - x$ eşitliğini sağlayan kaç tane doğal sayı vardır?

ÖRNEK

$|3x - 1| \leq 7$ eşitliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

ÖRNEK

$x < 0 < y$ koşulu ile,

$$\frac{|y| + |-y|}{|-x| + |x|} - \frac{|y|}{|x|} \text{ ifadesinin eđiti nedir?}$$

ÖRNEK

$a < b < c$ ise,

$c \cdot \sqrt{(a-b)^2} + c \cdot \sqrt{(c-b)^2} + a \cdot b$ ifadesinin eđiti nedir?

ÖRNEK

$1 < x < 2$ ise,

$\sqrt{x^2 - 5x + 5 + \sqrt{x^2 - 2x + 1}}$ ifadesinin eđiti nedir?

ÖRNEK

$|x - 6| + |x + 2|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

ÖRNEK

$|a| > a$ olmak üzere; $|3a| - |-a| + |4 - a|$ işleminin sonucu kaçtır?

ÖRNEK

$|x - 3| + |x - 7| = 12$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?