

dersdeo

öğrenmenin en kolay yolu o!

MAT I

ORAN ORANTI

I. ORAN

Aynı birimden iki çokluğun bölümüne **oran** denir.

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ ye oran denir.

$\frac{0}{0}$, $\frac{3}{0}$, $-\frac{4}{0}$ oran değildir.

$\frac{7}{5}$, $\frac{2 \text{ metre}}{5 \text{ cm}}$, $\frac{5 \text{ m}^3}{100 \text{ dm}^3}$, $\frac{5 \text{ m}}{4 \text{ kg}}$

2. ORANTI

İki ya da daha fazla oran birbirine eşitse, buna **orantı** denir.

$$\frac{a}{b} = k, \frac{c}{d} = k, \frac{e}{f} = k \quad \text{ise}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad (2'li \text{ orantı})$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \quad (3'lü \text{ orantı}) \quad \text{gibi } k \in \mathbb{R} \text{ sayısına } \mathbf{orantı \text{ sabiti}} \text{ denir.}$$

3. ORANTININ ÖZELLİKLERİ

$$a) \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$b \cdot c = a \cdot d$$

$$b) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ ve}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \text{ dir.}$$

$$c) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow a : c : e = b : d : f \text{ dir.}$$

d) a, b, c sayılarının dördüncü orantılısı x ise,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \text{ tir.}$$

$$e) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \quad \text{ise} \quad \frac{a + c + e}{b + d + f} = k$$

$$f) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \quad \text{ise} \quad \frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = k^3$$

g) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısından $\frac{p \cdot a + n \cdot c}{p \cdot b + n \cdot d} = k$ oranı elde edilir.

(p) (n)

l) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise $\frac{a^n + c^n}{b^n + d^n} = k^n$

ÖRNEK

$$\frac{2 + 0,6}{3 + x} = \frac{4}{5} \quad \text{orantısında } x \text{ sayısı kaçtır ?}$$

ÖRNEK

$3 : (x + 1) : 4 = 6 : 2 : (y - 1)$ olduğuna göre **x.y** değeri kaçtır ?

ÖRNEK

12, 36, 48 sayılarının dördüncü orantılısı olan sayı kaçtır ?

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3} , \quad a + c + e = 12 \text{ ve } b + d = 6 \text{ olduğuna göre } f \text{ sayısı kaçtır ?}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 4 \text{ olduğuna göre } \frac{a \cdot d \cdot f}{b \cdot c \cdot e} \text{ sonucu kaçtır ?}$$

ÖRNEK

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \quad \text{ve} \quad x \cdot y \cdot z = 192 \text{ olduğuna göre, } x + y + z \text{ toplamı kaçtır ?}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{2} = \frac{3}{b} = k \text{ 'dir. } \frac{m \cdot a + 24}{10 + n \cdot b} = k \text{ olduğuna göre, } m + n \text{ toplamı kaçtır ?}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{2} , \quad a^2 + c^2 + e^2 = 36 \quad b^2 + d^2 = 12 \quad \text{olduğuna göre, } f \text{ nin değeri kaçtır ?}$$

ORANTI TÜRLERİ

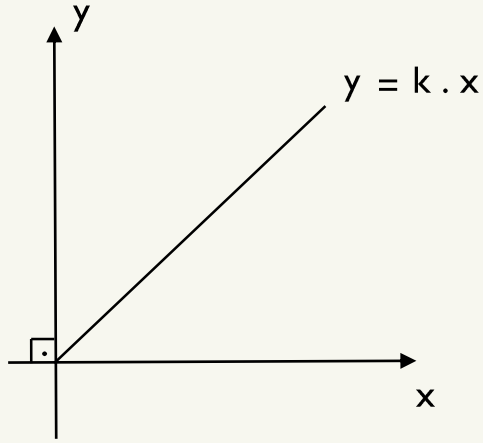
a) Doğru Orantı

x ve y değerleri için, birlikte artma veya birlikte azalma olduğunda x ve y değişkenleri doğru orantılı olarak değişmektedir denir. Doğru orantıya, sadece orantılı da denir.

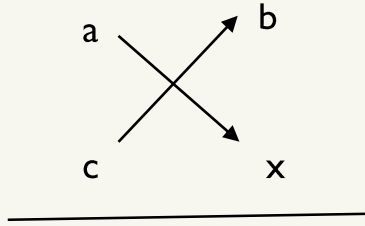
x ile y orantılı ise,

$$x = k \cdot y \quad \text{veya} \quad \frac{x}{y} = k \text{ 'dir.}$$

1) $y = k \cdot x$ bağıntısının grafiği aşağıdaki gibidir:



2)



Yukarıdaki sayılar doğru orantılı ise,

$$a \cdot x = b \cdot c \text{ dir.}$$

3) x , y , z sayıları sırasıyla a , b , c ile orantılı ise;

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k\text{'dir.}$$

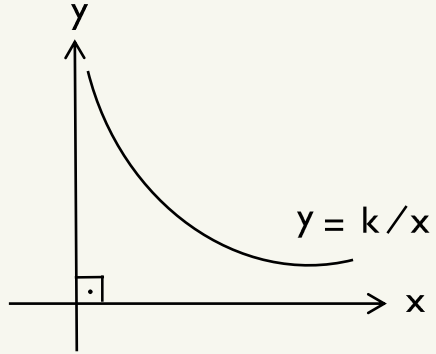
b) Ters Orantı

x ve y değerleri için, biri artarken diğeri azalıyor ya da biri azalırken diğeri artıyorsa x ve y değişkenleri ters orantılı olarak değişmektedir denir.

x ile y ters orantılı ise,

$$x \cdot y = k \quad \text{veya} \quad y = \frac{k}{x} \quad \text{tir.}$$

1) $y = \frac{k}{x}$ bağıntısının grafiği aşağıdaki gibidir.



$$2) \quad a \longrightarrow b$$

$$c \longrightarrow x$$

Yukarıdaki sayılar ters orantılı ise,

$$c \cdot x = a \cdot b \text{ dir.}$$

3) x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayıları ile ters orantılı ise,

$$x \cdot a = y \cdot b = z \cdot c = k \text{ dır.}$$

c) Bileşik Orantı

y sayısı, a ile doğru, b ile ters orantılı ise;

$$\frac{y}{a} \cdot b = k \quad \text{veya} \quad y = \frac{a}{b} \cdot k \text{ 'dir.}$$

ÖRNEK

a sayısı b ile doğru, c ile ters orantılıdır.

$a = 3$, $b = 6$ iken $c = 18$ 'dir.

$a = 4$, $b = 8$ iken c sayısı kaçtır ?

ÖRNEK

x, y, z, t, u gibi gerçekte sayıları için, $x \cdot y = \frac{1}{4}$, $\frac{y}{z} = \frac{4}{5}$, $z \cdot t = 6$, $t = 5u$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi **doğrudur** ?

- a) x ile y doğru orantılıdır.
- b) y ile t doğru orantılıdır.
- c) y ile z ters orantılıdır.
- d) y ile u doğru orantılıdır.
- e) x ile u doğru orantılıdır.

ÖRNEK

Aynı güçteki 10 işçi günde 6 saat çalışarak 4 parça işi 12 günde bitirebiliyorsa, aynı güçteki 6 işçi günde 6 saat çalışarak 6 parça işi kaç günde bitirebilir ?

5) ORTALAMALAR

a) Aritmetik Ortalama (Ortalama)

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının aritmetik ortalaması

$$\text{A.O} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad \text{dir.}$$

a ve b gibi iki sayının ortalaması ise, $\frac{a + b}{2}$ dir.

b) Geometrik Ortalama (Orta Orantılı)

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının geometrik ortalaması,

$$\text{G.O} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} \quad \text{dir.}$$

a ve b gibi iki sayının geometrik ortaması ise, $\sqrt{a \cdot b}$ dir.

c) Harmonik Ortalama

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının harmonik ortalaması ;

$$H.O = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} \quad \text{dir.}$$

a ve b sayılarının harmonik ortalaması;

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2}{\frac{a+b}{a \cdot b}} = \frac{2ab}{a+b} \quad \text{dir.}$$

ÖRNEK

Bir öğrencinin bir dersin üç sınavından aldığı notların ortalaması 4'tür. İlk iki sınavının ortalaması 3,5 olduğuna göre, bu öğrenci son sınavdan kaç almıştır ?

ÖRNEK

2^{x+1} ve 32^{x-1} sayılarının geometrik ortalaması 16 olduğuna göre, x sayısı kaçtır?

ÖRNEK

12, 24, 36 sayılarının **harmonik ortalaması** kaçtır ?