

dersdeo

öğrenmenin en kolay yolu o!

MAT I

PERMÜTASYON

Saymanın Temel Prensibi

I) Toplama Kuralı: A ve B sonlu ve ayrık iki küme olsun.

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ ise, $s(A \cup B) = m + n$ 'dir.

Ayrık iki işlemden biri m yolla, diğeri n yolla yapılabiliyorsa bu işlemlerden biri veya diğeri $m + n$ yolla yapılabilir.

ÖRNEK

Birbirinden farklı 6 matematik, 4 geometri kitabı arasından 1 matematik veya 1 geometri kitabı kaç farklı yolla seçilebilir?

2) Çarpım Kuralı

Bir A olayı “a” kadar farklı yoldan,

Bir B olayı “b” kadar farklı yoldan gerçekleşiyorsa,

A ve B olayı “ axb ” kadar farklı yoldan gerçekleşir.

ÖRNEK

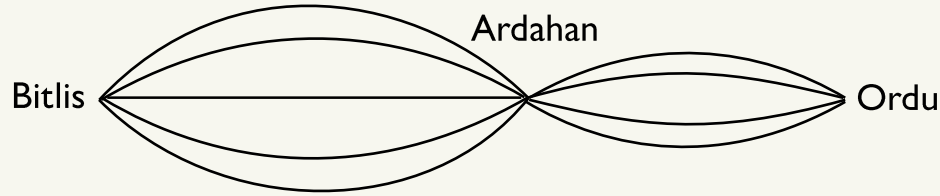
20 kız ve 12 erkekten oluşan bir toplulukta, kızlardan bir başkan ve erkeklerden bir başkan yardımcısı seçilecektir. Bu seçim kaç değişik biçimde yapılabilir?

ÖRNEK

Asansöre, giriş katında 3 kişi binmektedir. Asansör 5 kat çıkmakta ve bu sırada bu 3 kişi asansörden inmektedir. Her katta en çok bir kişi inmek kaydıyla kaç farklı şekilde asansörden inebilirler?

ÖRNEK

Bitlis'ten Ardahan'a 5, Ardahan'dan Ordu'ya 4 farklı yol vardır. Bitlis'ten (Ardahan'dan geçmek koşuluyla) Ordu'ya gidip gelen bir araç, aynı yolu iki kez kullanmamak koşuluyla bu yolculuğu kaç türlü gerçekleştirebilir?



ÖRNEK

Bir deneme sınavında 30 soru sorulmaktadır. Her sorunun A, B, C, D ve E ile gösterilen beş seçeneği vardır. Aynı seçeneğin doğru yanıt olduğu iki ardışık soru bulunmadığına göre, cevap anahtarı kaç değişik şekilde hazırlanır?

ÖRNEK

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin elemanlarıyla 3 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

ÖRNEK

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

kümesinin elemanlarıyla rakamları farklı, üç basamaklı, 200'den küçük kaç sayı yazılabilir?

ÖRNEK

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin elemanlarıyla üç basamaklı, rakamları farklı, 200'den küçük kaç tek sayı yazılabilir?

ÖRNEK

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

kümesinin elemanlarıyla üç basamaklı, rakamları farklı kaç tane çift sayı yazılabilir?

ÖRNEK

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin elemanlarıyla 5 ile bölünebilen, üç basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?

ÖRNEK

Bünyamin'in 5 saati vardır. Aynı saati üst üste iki gün takmamaktadır. Beş iş gününde kaç farklı şekilde saatlerini takabilir?

ÖRNEK

Analitik geometri sınavına giren 15 kişilik bir sınıfın öğrencilerine; 0,1,2,3,4,5 notları kaç farklı şekilde verilebilir?

r farklı nesneyi n farklı kutuya dağıtmak

r farklı nesneyi n kutuya n' farklı şekilde yerleştirebiliriz.

ÖRNEK

Farklı 4 mektup 6 tane posta kutusundan kaç farklı şekilde gönderilebilir?

ÖRNEK

5 kişi, yan yana dizilmiş 6 koltuğa kaç değişik şekilde oturabilir?

Permütasyon

n tane farklı eleman içerisinde r tanesini, tekrar olmaksızın, sıranın önemi olmak üzere;

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

farklı yoldan sıralayabiliriz.

$$P(n, 1) = n$$

$$P(n, n) = n!$$

$$P(n, 0) = 1$$

ÖRNEK

$$A = \{a, b, c, d\}$$

kümesinin ikili permütasyonlarını yazınız.

ÖRNEK

İki erkek ile üç kız, erkekler yan yana olmak şartıyla bir sırada kaç farklı şekilde oturabilirler?

ÖRNEK

Ecem ile Meniz'in de aralarında bulunduğu 5 öğrenci yan yana oturacaktır. Ecem ile Meniz yan yana ve Ecem sürekli Meniz'in sağında olmak koşuluyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

Ecem	Meniz			
------	-------	--	--	--

	Ecem	Meniz		
--	------	-------	--	--

		Ecem	Meniz	
--	--	------	-------	--

			Ecem	Meniz
--	--	--	------	-------

ÖRNEK

Beş kişi yan yana sıralanmaktadır. Yakup ile Fatih'in arasında en çok bir kişi bulunmak şartıyla kaç farklı şekilde sıralanabilirler?

ÖRNEK

3 fizik, 4 kimya ve 2 biyoloji kitabı bir rafa, fizik ve biyoloji kitapları her iki kenarda yer almak koşuluyla kaç değişik biçimde dizilebilir? (Aynı dersin kitapları yan yana dizilecektir.)

ÖRNEK

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin 4'lü permütasyonlarının kaç tanesinde 1 bulunmaz, ancak 2 bulunur?

ÖRNEK

$$C = \{a, b, 1, 2, x, 3\}$$

kümesinin 4'lü permütasyonlarının kaç tanesinde 1 veya x bulunur?

ÖRNEK

6 kişilik bir öğrenci grubu, Begüm ve Neriman'ın arasında daima 2 kişi oturmak koşuluyla bir sırada kaç değişik şekilde oturabilir?

B			N		
---	--	--	---	--	--

	B			N	
--	---	--	--	---	--

		B			N
--	--	---	--	--	---

r farklı nesneyi n kutuya, her kutuda herhangi bir sayıda ama dizilişi önemli olmak kaydıyla,

$$P \begin{pmatrix} n - r + 1 \\ r \end{pmatrix}$$

kadar değişik şekilde yerleştirebiliriz.

ÖRNEK

10 farklı kitap, her bir bölümü 10 kitap alabilen 5 bölümlü bir rafa kaç değişik biçimde dizilebilir? (Bazı bölümler boş kalabilir.)

ÖRNEK

MAYIS kelimesinin harfleriyle yazılabilecek anlamlı ya da anlamsız kelimeler alfabetik sıraya göre dizildiğinde baştan 112. kelime ne olur?

A } 24 tane

I } 24 tane

M } 24 tane

S } 24 tane

YA } 6 tane 97

YI } 6 tane 103

YM } 6 tane 109

Tekrarlı Permütasyon

n tane elemanın tamamı birbirinden farklı olmasın.

n_1 tanesi birbirinin aynı,

n_2 tanesi birbirinin aynı,

.

.

.

.

n_k tanesi birbirinin aynı olsun.

$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ 'dir. Bu elemanların farklı sıralanışlarının sayısı; $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$

ÖRNEK

Aynı özellikte 2 adet kırmızı, 4 adet mavi, 5 adet sarı topun tamamının, yan yana farklı sıralanışlarının sayısı kaçtır?

ÖRNEK

MUSTAFA kelimesindeki harfler ile 7 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç kelime yazılabilir?

ÖRNEK

2220556 sayısının rakamları ile 7 basamaklı kaç çift sayı yazılır?

Dönel (Dairesel) Permütasyon

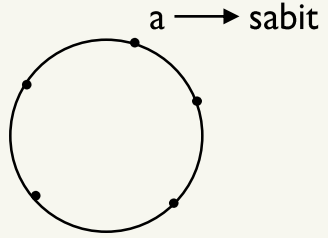
n elemanlı bir kümenin elemanlarının, kapalı bir eğri etrafındaki farklı sıralanışlarının sayısı; $(n - 1)!$ dir.

Anahtarlık Soruları: Anahtar problemlerinde, anahtarların önü ile arkası aynı kabul edilir ve herhangi bir dizilişte aslında 2 aynı dizilişin birlikte yapıldığı düşünülür.

$$\frac{(n - 1)!}{2}$$

ÖRNEK

6 kişi yuvarlak bir masa etrafında kaç değişik şekilde oturabilir?



ÖRNEK

7 arkadaştan belli ikisi daima yan yana olmak koşuluyla, bu 7 kişi yuvarlak bir masa etrafında kaç değişik şekilde oturabilirler?

ÖRNEK

4 kız ve 4 erkek öğrenci yuvarlak bir masanın etrafına, herhangi iki erkek öğrenci yan yana gelmemek koşuluyla kaç değişik biçimde oturabilir?

ÖRNEK

4 doktor, 3 hemşire ve 2 laborant bir yuvarlak masa etrafına, aynı meslekten olanlar yan yana olmak koşuluyla kaç değişik şekilde oturabilir?

ÖRNEK

20 tane evli çift yuvarlak bir masaya, her çift birlikte olmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilir?

ÖRNEK

Anne, baba ve 5 çocuktan oluşan bir aile yuvarlak bir masa etrafında oturacaktır. En küçük çocuk, annenin hemen sağ tarafında oturmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?