

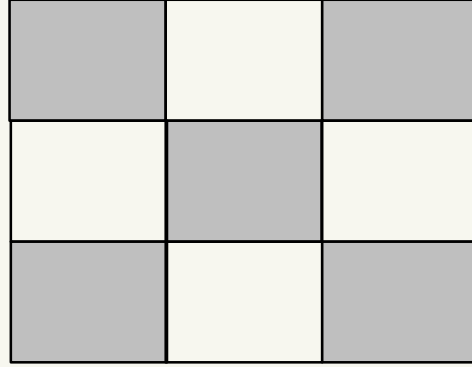
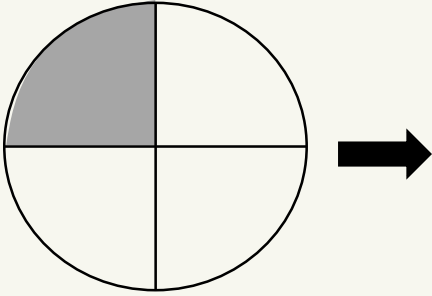


MAT I

RASYONEL SAYILAR

Kesir

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ ifadesine **kesir** denir. Bu kesirde 'a' ya pay, 'b'ye payda denir.



Kesir Çeşitleri

I. Basit Kesir

Payı, paydasından mutlak değerce küçük olan kesirlere basit kesir denir.

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ kesrinde $|a| < |b|$ ise bu tür kesirler basit kesirdir.

ÖRNEK $\frac{x+1}{6}$ kesrinin basit kesir olabilmesi için, x yerine kaç farklı tam sayı değeri gelebilir?

2. Bileşik Kesir

Payı, paydasına mutlak değerce eşit veya payı paydasından mutlak değerce büyük olan kesirlere bileşik kesir denir.

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ kesrinde $|a| \geq |b|$ ise bu tür kesirler bileşik kesirdir.

NOT: Payı '1' olan basit kesre birim kesir denir.

Tüm tam sayıların (sıfır hariç) paydaları '1' olarak düşünülürse, her birinin bir bileşik kesir belirttiği görülür. Sıfır basit kesirdir.

ÖRNEK

$x \neq 1$ olmak üzere $\frac{4}{x-1}$ kesrinin bir bileşik kesir olabilmesi için x yerine gelebilecek tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

3. Tam Sayılı Kesir

Bir tam sayı ile birlikte gösterilen kesirlere tam sayılı kesir denir.

$a, b, c \in \mathbb{Z}$ ve $c \neq 0$ olmak üzere,

$a \frac{b}{c} \rightarrow$ ('a' tam 'b' bölü 'c') kesri tam sayılı kesirdir.

Bileşik Kesri Tam Sayılı Kesre Çevirme:

Her bileşik kesir bir tam sayı belirtir.

$\frac{a}{b}$ bileşik kesri tam sayılı kesre çevirirken;

$$\frac{a}{b} = c \frac{d}{b} \quad \text{oluyorsa}$$

$$\frac{a}{b} = c \frac{d}{b} \quad \text{şeklinde gösterilir.}$$

ÖRNEK $\frac{17}{7}$ bileşik kesrini tam sayılı kesre çevirelim.

$a \frac{b}{c}$ tam sayılı kesri

$a \frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$ şeklinde yazılabilir.

$-a \frac{b}{c}$ tam sayılı kesri

$-a \frac{b}{c} = -\left(a + \frac{b}{c}\right)$ şeklinde yazılabilir.

$a \frac{b}{c}$ tam sayılı kesri

$a \frac{b}{c} = a \cdot \frac{b}{c}$ şeklinde gösterilemez. Çünkü, bu ifade her zaman doğru değildir.

$$-a \frac{b}{c} \neq a \cdot \frac{b}{c}$$

Kesirlerde Genişletme / Sadeleştirme

Bir kesrin payı ve paydasının sıfırdan farklı bir sayı ile çarpılmasına kesirlerde genişletme denir. Bir kesirde genişletme yapılırsa kesrin değeri değişmez.

$$\frac{a}{b} = \frac{a.c}{b.c} = \frac{a.k}{b.k} , (b \neq 0 \text{ ve } b \neq a \text{ ve } c, k \neq 0)$$

Bir kesrin payı ve paydasının sıfırdan farklı bir sayıya bölünmesine kesirlerde sadeleştirme denir. Bir kesirde sadeleştirme yapılırsa, kesrin değeri değişmez.

ÖRNEK $\frac{3}{5} =$

$$\frac{44}{66} =$$

DENK KESİRLER

a, b, c ve d $\in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$, $d \neq 0$ olmak üzere,

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ kesirleri için

$\frac{a}{b} \begin{array}{c} \nearrow \searrow \\ \nwarrow \nearrow \end{array} \frac{c}{d} \longrightarrow b.c = a.d \text{ olduğuna göre}$

bu kesirlere denk kesir denir.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \dots\dots\dots$$

RASYONEL SAYILARDA DÖRT İŞLEM

A) Toplama ve Çıkarma

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{b} \in \mathbb{Q}$ olmak üzere;

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{(d)}}{\frac{c}{(b)}} \pm \frac{c}{(b)} = \frac{a.d \pm b.c}{b.d}$$

ÖRNEK $\frac{3}{5} + \frac{7}{5} - \frac{2}{5} =$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} =$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{2} =$$

B) Çarpma

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ olmak üzere;

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

ÖRNEK $\frac{10}{9} \cdot \frac{3}{7} =$

C) Bölme

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ ve $c \neq 0$ olmak üzere;

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b.c}$$

$$a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{a.c}{b}$$

ÖRNEK $\frac{3}{5} : \frac{2}{7} =$

$b \neq 0$ olmak üzere,

$\frac{a}{b}$ kesrinin;

Toplamaya göre tersi; $-\frac{a}{b}$,

Çarpmaya göre tersi; $\frac{b}{a}$ 'dır.

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0 \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

NOT: Rasyonel sayılar kümesinde sıfır hariç her sayının çarpmaya göre tersi vardır.

ÖRNEK

$$\frac{\frac{3}{5}}{2} + \frac{\frac{3}{5}}{2} =$$

Rasyonel Sayıların Kuvveti

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}_{n \text{ tane}}$$

$$\frac{\underbrace{a.a.a.\cdots a}_{n \text{ tane}}}{\underbrace{b.b.b.\cdots b}_{n \text{ tane}}} = \frac{a^n}{b^n}$$

ÖZELLİKLER

$$1) \ a \neq 0, b \neq 0 \text{ için, } \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

$$2) \ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

$$3) \ \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$4) \ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1 \text{ ve } 0 < \frac{a}{b} < 1 \text{ ise}$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n < \left(\frac{a}{b}\right)$$

ÖRNEK

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-1} =$$

$$(5)^{-1} =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$$

ÖRNEK

$$\frac{\left(2 + \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{3}{5} - 3\right)}{\left(4 - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{5} + 2\right)} = ?$$

ÖRNEK $\left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdots \cdots \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 15$

olduğuna göre, n kaçtır?

ÖRNEK

$$\frac{28}{9} + \frac{15}{7} - \frac{14}{13} = x \quad \text{ise} \quad \frac{1}{9} + \frac{1}{7} - \frac{1}{13}$$

ifadesinin eđiti x türünden kaçtır?

ÖRNEK a, b ve $c \in \mathbb{Z}$ ve $a, b, c \neq 0$ olmak üzere,

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{11}{4} \quad \text{ifadesinde } a + b + c \text{ toplamı en az kaçtır?}$$

ÖRNEK $3 + \frac{2}{1 + \frac{4}{x+1}} = 4$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

ÖRNEK

$$3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\ddots}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÖRNEK $6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{\ddots}}} = A$ olduğuna göre A kaçtır?

Rasyonel Sayılarda Sıralama

A) Pozitif Rasyonel Sayılarda Sıralama

I. Pay/Paydalar eşit ise;

Paydalar eşit ise, payı büyük olan daha büyüktür.
Sıralama, paylara göre yapılır.

Paylar eşit ise, paydası küçük olan daha büyüktür.
Sıralama, paydalara göre yapılır.

ÖRNEK $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{7}$

ÖRNEK $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{9}$

2. Pay ve paydalar farklı ise;

Pay ve payda eşitlendikten sonra sıralama yapılır.

ÖRNEK $a = \frac{2}{5}$, $b = \frac{5}{6}$, $c = \frac{9}{15}$ ise a, b, c'yi sıralayınız.

ÖRNEK $a = \frac{5}{6}$, $b = \frac{50}{66}$, $c = \frac{500}{666}$ ise a, b, c'yi sıralayınız.

3. Pay ve paydaları arasındaki fark eşit ise;

a) Basit kesirlerde;

Büyük sayılarla gösterilen rasyonel sayı diğerlerinden daha büyüktür.

$$\frac{7}{9} , \frac{8}{10} , \frac{19}{21} , \frac{111}{113} , \frac{45}{47}$$

b) **Bileşik kesirlerde;**

Küçük sayılarla gösterilen rasyonel sayı diğerlerinden daha büyüktür.

$$\frac{211}{208}, \frac{95}{92}, \frac{19}{16}, \frac{48}{45}, \frac{77}{74}$$

B) Negatif Rasyonel Sayılarda Sıralama

Önce pozitif rasyonel sayılarda olduğu gibi sıralama yapılır. Negatif rasyonel sayılarda mutlak değerce büyük olan daha küçük olduğundan, yapılan bu sıralama ters çevrilir.

$$-\frac{5}{8} , -\frac{1}{2} , +\frac{1}{4}$$

ONDALIK SAYILAR

$$\frac{4}{10} =$$

$$\frac{12}{100} =$$

$$\frac{35}{1000} =$$

$$\frac{514}{1000} =$$

$$\frac{492}{100} =$$

NOT: Ondalık sayılarda virgölün sağında yer alan rakamların sonuna sıfır konulursa, sayının değeri değişmez.

$$0,87 = 0,870 = 0,8700$$

ÖRNEK: $\frac{22}{0,22} \cdot \frac{0,7}{7} \cdot \frac{0,88}{22}$ işleminin sonucu kaçtır?

Devirli (Periyodik) Ondalık Sayılar

Bir rasyonel sayı ondalık olarak yazıldığında virgülden sonraki kısmında sürekli aynı şekilde tekrar eden bir kısım varsa, bu tür ondalık sayılara devirli (periyodik) ondalık sayı denir.

$$\frac{2}{3} = 0,666.... =$$

$$\frac{4}{15} = 0,2666.... =$$

$$\frac{110}{99} = 1,111.... =$$

$$\frac{85}{90} = \frac{17}{18} = 0,9444.... =$$

$$\frac{34}{99} = 0,343434.... =$$

Devirli Ondalık Sayıyı Rasyonel Sayıya Çevirme

Virgöl göz ardı edilerek, sayının tamamından devretmeyen kısmı çıkarılır ve kesrin payına yazılır. Virgölün sağındaki devreden rakam sayısı kadar '9', devretmeyen rakam sayısı kadar '0' paydaya yazılır.

$$= a, \overline{b} = \frac{ab-a}{9}$$

$$= a, \overline{bc} = \frac{abc-ab}{90}$$

$$= a, \overline{bc} = \frac{abc-a}{99}$$

$$= a, \overline{bcd} = \frac{abcd-ab}{990}$$

$$= a, \overline{bcd} = \frac{abcd-a}{999}$$

ÖRNEK

$$\frac{0,\overline{2} + 2,\overline{4} + 6,\overline{3}}{2,\overline{9}}$$

işleminin sonucu kaçtır?