

dersdeo

öğrenmenin en kolay yolu o!

Matematik

TEMEL KAVRAMLAR

Rakam: Sayıları yazmaya yarayan sembollerdir.

$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ kümesinin her elemanına **rakam** denir.

En küçük rakam '0' dır.

En büyük rakam '9'dur.

Sayı: Bir çokluğu ifade edecek şekilde rakamların tek başına ya da birlikte kullanılmasıyla oluşturulan ifadeye **sayı** denir.

Doğal Sayılar Kümesi (N)

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

En küçük doğal sayı sıfırdır.

Sayma Sayıları Kümesi (S)

$$S = \mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

En küçük sayma sayısı 1'dir.

Tam Sayılar Kümesi (Z)

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \quad (\text{Pozitif Tam Sayılar})$$

En küçük pozitif tam sayı 1'dir.

$$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\} \quad (\text{Negatif Tam Sayılar})$$

En büyük negatif tam sayı -1'dir.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

NOT: 0 sayısı negatif ya da pozitif değildir, fakat tam sayıdır.

ÖRNEK

a ve b doğal sayılardır. $a + b = 62$ ise, $a.b$ çarpımının en küçük değeri kaçtır?

ÖRNEK

a ve b pozitif doğal sayılardır. $a + b = 19$ ise, a.b çarpımının en büyük değeri kaçtır?

ÖRNEK

a ve b tam sayılardır. $a.b = 48$ ise, $a + b$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÖRNEK

Çarpımları 140 olan iki tam sayının toplamı en çok kaçtır?

KPSS 2002

ÖRNEK

a, b, c negatif tam sayılardır. $a.b = 42$ ve $b.c = 35$ ise $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÖRNEK

a ve b pozitif tam sayılardır. $a + \frac{14}{b} = 12$ olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı nedir?

ÖRNEK

a ve b pozitif tam sayılardır. $2a + 5b = 30$ ise, a'nın kaç farklı değeri vardır?

ÖRNEK

x, y, z birbirinden farklı doğal sayılardır. $2x + 3y + 4z = 63$ ise z 'nin en büyük değeri kaçtır?

ÖRNEK

a, b, c pozitif doğal sayılardır. $2a = 3b$ ve $2b = 5c$ ise, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÖRNEK

a, b, c negatif tam sayılardır. $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ ve $\frac{b}{c} = \frac{6}{5}$ ise, a + b + c toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÖRNEK

a, b, c pozitif tam sayılardır. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ ise, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

ÖRNEK

x, y, z pozitif sayılardır.

$$x = 2y$$

$$4z = 3x$$

$$z < 10$$

olduğuna göre, y 'nin alacağı farklı değerler toplamı kaçtır?

A) 12

B) 18

C) 24

D) 36

E) 48

ÖRNEK

a, b, c pozitif doğal sayılardır. $a + b = 10$ ve $b + c = 8$ ise, a.c çarpımı en çok kaçtır?

ÖRNEK

a, b, c pozitif doğal sayılardır. $a + b = 14$ ve $b - c = 6$ ise, a.b.c çarpımı en az kaçtır?

ÖRNEK

a ve b doğal sayılardır.

$$2a + b = 15$$

ise, $2b + a$ 'nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

ÖRNEK

$\frac{8}{x+2}$ işleminin sonucunun pozitif tam sayı olabilmesi için x tam sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÖRNEK

$\frac{3a - 12}{a}$ ifadesi bir doğal sayıdır. Buna göre a kaç farklı tam sayı değeri alır?

ÖRNEK

$A - B = C$ ve $A + B + C = 34$ olduğuna göre, A kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

KPSS 2010

ÖRNEK

Sayı doğrusu üzerinde, 2 noktasına eşit uzaklıkta olan iki farklı sayının çarpımı $\frac{32}{9}$ olduğuna göre, büyük sayı küçük sayıdan kaç fazladır?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{4}{3}$

C) $\frac{4}{5}$

D) $\frac{6}{5}$

E) $\frac{6}{7}$

KPSS 2012

ÖRNEK

İki gerçel sayının çarpımı, bu sayılardan birine 2 eklenip diğerinden 2 çıkarılmasıyla elde edilen sayıların çarpımından 6 fazladır. Buna göre, sayı doğrusu üzerinden bu iki sayı arasındaki uzaklık kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

KPSS 2013

Negatif ve Pozitif Sayılar

Büyük sayıdan küçük sayı çıkarsa sonuç pozitif,

Küçük sayıdan büyük sayı çıkarsa sonuç negatiftir.

ÖRNEK

$a^2.b^3 < 0$, $c.b > 0$ ve $a^5.c^4 > 0$ ise, a, b, c'nin işaretleri sırasıyla hangisidir?

A) (+,+,+)

B) (+,-,+)

C) (-,-,+)

D) (+,-,-)

E) (-,-,-)

ÖRNEK

a ve b negatif tam sayılar olmak üzere, $a^3 \cdot b = c \cdot d^2$ ifadesi için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) b ile c aynı işaretlidir.
- B) b ile c ters işaretlidir.
- C) a ile c aynı işaretlidir.
- D) a ile d aynı işaretlidir.
- E) b ile d ters işaretlidir.

ÖRNEK

a ,b ve c reel (gerçel) sayılardır.

$$a^2.b^3.c < 0$$

$$a^5.b.c^9 > 0$$

$$a^3.b^5 < 0$$

olduğuna göre, a ,b ve c'nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-,-,-)

B) (-,+,-)

C) (+,-,+)

D) (+,+,+)

E) (+,-,-)

ÖRNEK

x ,y ve z reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{x^4}{y^5} < 0 \quad \frac{y^3}{z^5} > 0 \quad \frac{z}{x^5} < 0$$

olduğuna göre, x ,y ve z'nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) (+,+,−)

B) (+,−,−)

C) (−,+,−)

D) (+,+,+)

E) (+,−,+)

ÖRNEK

$a + b^2 < 0$, $c - a < 0$ ve $a.b.c > 0$ ise, a , b , c 'nin işaretleri hangisidir?

A) (+,+,+)

B) (+,-,+)

C) (-,-,+)

D) (+,-,-)

E) (-,+,-)

ÖRNEK

$a < b < 0 < c$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi negatiftir?

- A) $a.b (c - b)$
- B) $a.c (a - b)$
- C) $(b - a) (c - b)$
- D) $(c - a) (c - b)$
- E) $(c - b) (a - b)$

KPSS 2003

ÖRNEK

a, b, c tam sayılar, $a - b < 0$, $a.b < 0$ ve $b.c > 0$ olduğuna göre, a, b, c 'nin işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-, -, +)$

B) $(-, +, -)$

C) $(+, -, -)$

D) $(-, +, +)$

E) $(-, -, -)$

ÖRNEK

a, b, c gerçel sayıları için $a.b = 0$, $b.c < 0$ ve $b.c^2 > 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a < b < c$

B) $b < c < a$

C) $a < c < b$

D) $c < a < b$

E) $c < b < a$

Tek – Çift Sayılar

Tam sayılarda 2'nin katı olan sayılara **çift sayı**, 2'nin katı olmayan sayılara da **tek sayı** denir.

$$\mathbb{C} = \{\dots\dots\dots - 4, - 2, 0, 2, 4 \dots\dots\dots\}$$

$$\mathbb{T} = \{\dots\dots\dots - 3, - 1, 1, 3 \dots\dots\dots\}$$

n herhangi bir tam sayı olmak üzere;

Çift sayılar genel olarak: $2n$,

Tek sayılar genel olarak: $2n - 1$ sembolleri ile gösterilirler.

Tek ve Çift Sayılarda İşlemler

$$T \pm T = \text{Ç}$$

$$T.T = T$$

$$\text{Ç} \pm \text{Ç} = \text{Ç}$$

$$T.\text{Ç} = \text{Ç}$$

$$T \pm \text{Ç} = T$$

$$\text{Ç}.T = \text{Ç}$$

$$\text{Ç} \pm T = T$$

$$\text{Ç}.\text{Ç} = T$$

n herhangi bir sayı olmak üzere;

$$T^n = T$$

$$\text{Ç}^n = \text{Ç}$$

UYARI: Bu durum daima doğru değildir.

$$\text{Ç}^0 = I = T$$

NOT:

- Tek sayıların çarpımı tektir. Bu durumda, bir çarpımın sonucu tek ise çarpılanların hepsi tektir.

$a.b.c$ = Tek ise a, b, c sayılarının hepsi tektir.

- Çarpılan sayılardan en az bir tanesi çift ise çarpımın sonucu çift olur. Bu durumda çarpımın sonucu çift ise çarpılan sayılardan en az bir tanesi çifttir.

$a.b.c$ = Çift ise a, b, c'den en az biri çifttir.

Tek – Çift sorularında,

- İşlemlerde kolaylık olması için;

a tek ise $a = 1$

a çift ise $a = 0$ seçilerek işlem yapılabilir.

- Ardışık iki sayıdan biri tek ise diğeri çifttir.
- $0! = 1$ $1! = 1$ olduğu için bu sayılar tek, diğer sayıların faktöriyeli içlerinde 2 olduğu için çifttir.

NOT: Üslerin sonuca etkisi olmadığı için üsler atılabilir.

ÖRNEK

a tek, b çift sayı ise, aşağıdakilerden hangisi daima tektir?

- A) $a(a + 1)$
- B) $b^2 + a^2 + 1$
- C) $a.b + a^2$
- D) $a^2 - (b + 1)^2$
- E) $3a + 2b + 1$

ÖRNEK

a pozitif doğal sayı olmak üzere,

I. $(2a - 3)^2 - 4$

II. $(a + 1)^3 + 2$

III. $3a^2 + 2a^2$

ifadelerinden hangilerinin sonucu daima tek sayıdır?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

E) II ve III

ÖRNEK

x ve y doğal sayı olmak üzere,

$(x + 3)$ tek sayı, $(y + 1)$ çift sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi çift sayıdır?

A) $x \cdot y$

B) $x + y$

C) $y(x+1)$

D) y^x

E) x^y+3

ÖRNEK

a bir tam sayı, $5a^4 - 8$ ifadesinin sonucu tek ise, aşağıdakilerden hangisi çifttir?

A) $a^3 - a + 5$

B) $a^2 + 4a + 2$

C) $a^5 + (a + 1)^2$

D) $(a - 1)^2 + a^2 - 6$

E) $(a - 3) a$

ÖRNEK

x, y, z birer doğal sayı olmak üzere, $\frac{2x + 1}{y} = z$ eşitliği veriliyor. Buna göre

aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) x tek sayıdır.
- B) x çift sayıdır.
- C) y tek, z çift sayıdır.
- D) y çift, z tek sayıdır.
- E) y ve z tek sayılardır.

ÖRNEK

$\frac{3xy + 7}{2} = z$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) x tek, y çift sayıdır.
- B) x çift, y tek sayıdır.
- C) x ve y çift sayılardır.
- D) x ve y tek sayılardır.
- E) z çift sayıdır.

ÖRNEK

a bir tam sayı ise, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çift sayıdır?

A) $a + 1$

B) $a + 2$

C) $a^2 - 1$

D) $a^2 + a$

E) $3a + 2$

ÖRNEK

a ve b birer tam sayıdır. $a + b$ tek sayı ise, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

A) $a.b$

B) $2a + 3b$

C) a^b

D) $a - b$

E) $(a+b)^2 + 2$

ÖRNEK

a ve b ardışık sayılardır. $x = a - b$ ve $y = a.b$ ise, aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. x çifttir.
- II. x tektir.
- III. y tektir.
- IV. y çifttir.
- V. $x.y$ çifttir.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangisi tektir?

- A) $98^7 + 100^4$
- B) $99^7 - 97^7$
- C) $27! + 98^5$
- D) $0! + 98^5$
- E) $1! + 97^5$

ÖRNEK

a çift, b tek bir sayı ise; aşağıdakilerden hangisi daima çifttir?

- A) $a^b + b^a$
- B) $(a + b)^{129}$
- C) $2^a + 4$
- D) $2^a \cdot b$
- E) ab