



MAT 2

TOPLAM SEMBOLÜ

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

üst sınır

değişken

alt sınır

ÖRNEK

$1 + 2 + 3 + \dots + 10$ ifadesini toplam sembolüyle gösteriniz.

ÖRNEK

$2 + 4 + 6 + \dots + 44$ ifadesini toplam sembolüyle gösteriniz.

ÖRNEK

$11 + 13 + \dots + 37$ ifadesini toplam sembolüyle gösteriniz.

ÖRNEK

$13 + 17 + 21 + \dots + 89$ ifadesini toplam sembolüyle gösteriniz.

ÖRNEK

$2 + 5 + 10 + 17 + \dots + 197$ ifadesini toplam sembolüyle gösteriniz.

ÖRNEK

$-8 - 1 + 1 + 8 + 27 + \dots + 343$ ifadesini toplam sembolüyle gösteriniz.

Toplam Sembolünün Özellikleri

I. c sabit bir sayı olmak üzere;

$$\sum_{k=1}^n c = \underbrace{c + c + \dots + c}_{n \text{ tane}} = n.c$$

$$\sum_{k=0}^n c = (n + 1) . c$$

$$\sum_{k=p}^n c = \underbrace{(n - p + 1)}_{\text{terim sayısı}} . c$$

$$2. \sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \cdot \sum_{k=1}^n a_k$$

$$3. \sum_{k=1}^n (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \pm \sum_{k=1}^n b_k$$

$$4. \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^p a_k + \sum_{k=p+1}^n a_k, (1 < p < n) \text{ (sınır parçalama)}$$

$$5. \sum_{k=p}^n a_k = \sum_{k=p-r}^{n-r} a_{k+r} = \sum_{k=p+r}^{n+r} a_{k-r} \quad (\text{Alt sınırı 1 yapmak için kullanılır.})$$

$$6. \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^n (a_p + b_k + c) = \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^n (a_p + b_k + c) \quad (\text{İç içe toplam sembolü bulunan işlemlerde öncelik sırası yoktur.})$$

Toplam Formülleri

$$1. \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

$$2. \sum_{k=1}^n 2k = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n \cdot (n + 1)$$

$$3. \sum_{k=1}^n (2k - 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$4. \sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n + 1) \cdot (2n + 1)}{6}$$

$$5. \sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n \cdot (n + 1)}{2} \right]^2$$

6. $r \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ olmak üzere;

$$\sum_{k=1}^n r^k = 1 + r + r^2 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r} \quad \text{veya} \quad \sum_{k=1}^n r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \left(\frac{1 - r^n}{1 - r} \right)$$

$$7. \sum_{k=1}^n k \cdot (k+1) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{3}$$

$$8. \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$9. \sum_{k=m}^n k \cdot k! = m \cdot m! + (m+1)(m+1)! + \dots + n \cdot (n!) = (n+1)! - m! \text{ veya,}$$

$$\sum_{k=1}^n k \cdot k! = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1!$$

ÖRNEK

30
 $\sum_{k=1} 5k$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

20
 $\sum_{k=1} k^2$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{14} (2k + 1)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{10} k(2k-1)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$$6 + \sum_{k=1}^n (8k - 7) = \sum_{k=1}^6 k^2 \text{ ise } n\text{'yi bulunuz.}$$

ÖRNEK

$f(x) = 5x + 4$, $g(x) = x + 1$ ise,

$\sum_{k=1}^2 (g \circ f)(k)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{13} 5^{\log_5(k+2)}$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{16} (\sqrt{5k+1} - \sqrt{5k-4})$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=-4}^4 (k^3 + 2)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=-5}^6 (k^3 - 1)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=-3}^3 (k^2 + 4)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

24
 $\sum_{p=6} (2p - 3)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=3}^{12} (k^2 - 2k + 4)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$$\sum_{k=0}^{17} \frac{1}{k^2 + 7k + 12} \text{ toplamının değerini bulunuz.}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^m a_k = 3m + 1 \quad \text{ise } a_7\text{'yi bulunuz.}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^{99} \log \left(\frac{k+1}{k} \right) \text{ toplamının değerini bulunuz.}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^n x_k y_k = 320, \quad \sum_{k=1}^n (x_k + 2) y_k = 400 \quad \text{ise} \quad \sum_{k=1}^n y_k \text{ değerini bulunuz.}$$

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{100} k!$ toplamının 30 ile bölümünden kalanı bulunuz.

ÖRNEK

83

$\sum_{k=1}^{83} k.k!$ sayısının sondan kaç basamağı 9'dur?

ÖRNEK

$x^2 - 3x + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere,

$\sum_{k=1}^2 (x_k)^2$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$f(x) = 3x + 5$ ve $x_k = k + 1$ olmak üzere,

$\sum_{k=1}^2 f(x_k) x_k$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=0}^6 2^{-k}$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=0}^6 C\left(\begin{matrix} 7 \\ k+1 \end{matrix}\right)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{20} (-1)^k \cdot (2k + 1)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{180} (\cos k^\circ)$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^{27} 3^{x-7} = 9^{x+2} \text{ ise } x\text{'in değerini bulunuz.}$$

ÖRNEK

$$\sum_{k=n}^{2n+5} k = an^2 + bn + c \text{ ise } a + b + c \text{ 'nin değerini bulunuz.}$$

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{11} k^3 = A$, $\sum_{k=1}^{11} k^2 = B$ ve $\sum_{k=1}^{11} k = C$ olduğuna göre $1.3.5 + 2.4.6 + 3.5.7 + \dots + 11.13.15$ toplamının

A, B, C cinsinden değerini bulunuz.

ÖRNEK

$\sum_{k=0}^{10} 3^{2k+1}$ toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{k+1}{(k+2)!} \text{ işleminin sonucunu bulunuz.}$$

ÖRNEK

$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=0}^3 (3i - 2j + 1)$ toplamının değerini bulunuz.

1978 ÜSS

ÖRNEK

$\sum_{n=1}^4 \sum_{m=2}^3 (m^2n - 6n)$ toplamının değerini bulunuz.

1986 ÖYS

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^4 \sum_{s=1}^2 (4s - 2k + 1)$ toplamının değerini bulunuz.

1990 ÖYS